



CONCOURS COMMUN INP – SESSION 2022 RAPPORT DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DE MODÉLISATION

1/ PRÉSENTATION DU SUJET

Le sujet abordait le thème du « Stabilisateur d'images Slick » et s'appuyait sur les programmes de première et deuxième années. Il était constitué de trois parties indépendantes.

Les concepteurs du sujet ont fait le choix de réduire le nombre de questions à un niveau très raisonnable. Ce sujet, d'une durée de 3h a permis à de nombreux candidats de traiter toutes les questions.

La première partie portait sur la modélisation du capteur d'accélération : trouver la relation entre l'accélération et la tension de sortie du capteur. Cette partie a été abordée par pratiquement tous les candidats, cependant, le modèle électrique a souvent été mal traité.

La deuxième partie mathématique portait essentiellement sur de l'algèbre avec l'étude de deux façons usuelles de représenter une rotation de l'espace :

- les angles de cardan (ou d'Euler) avec l'étude de deux exemples concrets de rotations et leur décomposition ;
- les quaternions représentés par des matrices de taille 4×4 .

Le texte du sujet a semble-t-il été bien compris, il contenait de nombreuses réponses intermédiaires qui permettaient aux candidats de ne pas rester bloquer.

La grande majorité des candidats a abordé l'essentiel des questions, mais très souvent sans réel argument, donnant parfois l'impression d'un candidat qui tente sa chance au hasard.

Rappelons quelques évidences :

- les réponses données dans l'énoncé ne rapportent pas de points si elles ne sont pas argumentées correctement ;
- répondre en paraphrasant la question n'est pas non plus très productif. Ainsi, à la question « Montrer que la famille (I_4, E_1, E_2, E_3) est libre », les très fréquentes réponses de la forme : « les vecteurs ne peuvent pas s'écrire les uns en fonction des autres donc la famille est libre » ne rapportent pas de points ;

- comme chaque année, les calculs et raisonnements entièrement faux mais conduisant par miracle au résultat juste (donné dans l'énoncé) ne donnent pas une impression positive du candidat ;
- la réponse étant donnée, les calculs non écrits sur la copie ne rapportent pas de points non plus.

Par exemple, aucun point n'a été donné aux candidats qui ont répondu à la question 10b) : « après calculs, on trouve bien que $QQT = N(Q)^2 \times I4$ ».

La dernière partie proposait une démarche pour choisir un nouveau matériau permettant de diminuer la masse tout en conservant la même raideur. Le début a plutôt été bien traité même si certains candidats ne maîtrisent pas la RDM. La fin a été peu comprise, peut-être par manque de temps.

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

PARTIE I

Cette partie a été traitée par beaucoup de candidats, souvent en intégralité. Cependant, les réponses fournies manquent souvent de rigueur. Beaucoup de résultats ne sont même pas homogènes. L'intensité traversant un condensateur et l'expression d'une tension à partir de potentiels sont trop peu maîtrisés.

PARTIE II

Globalement cette partie n'est pas bien réussie.

Les notions d'algèbre du programme semblent très peu assimilées. Même dans les très bonnes copies, on confond un espace vectoriel, une matrice, son noyau et un vecteur colonne, selon les cas.

Les notions de liberté, sous espaces vectoriels, applications linéaires ou encore de combinaisons linéaires ne sont pas assimilées pour la plupart.

Montrer qu'une matrice est une matrice de rotation se résume pour beaucoup à montrer que son déterminant est 1.

Les candidats confondent souvent les matrices avec leurs paramètres dans la base de quaternion, ce qui conduit à de nombreuses erreurs tout au long de cette partie.

Les calculs posent également des problèmes aux candidats qui, pour beaucoup, ont du mal à multiplier deux matrices 4×4 avec de nombreux coefficients nuls.

PARTIE III

Cette partie a été traitée par beaucoup de candidats pour ses premières questions (Q13 & Q14) mais la suite a très peu été abordée. Trop d'entre eux ne connaissent pas leur cours de RDM et les méthodes de détermination du torseur de cohésion.

BILAN

Le candidat doit essayer de traiter les questions dans l'ordre et surtout bien numéroter les réponses. Les candidats se contentent d'écrire 5) et oublient parfois de préciser 5a) 5b) et 5c).

Même si quelques copies tirent leur épingle du jeu, la plupart des candidats présentent de grandes difficultés dans les questions relatives aux notions élémentaires d'algèbre.

De nombreuses copies sont peu soignées et très mal écrites, voire peu lisibles avec des résultats qui ne sont pas mis en valeur ; beaucoup d'abréviations, non écriture sur les lignes, non utilisation de la règle...

Si les définitions sont parfois connues, les candidats se contentent trop souvent d'affirmer sans preuve qu'elles sont vérifiées.

Les candidats ne sont pas non plus sauvés par les calculs qui sont trop souvent menés hors copie.

3/ REMARQUES SPÉCIFIQUES

PARTIE I – ÉTUDE DU CAPTEUR D'ACCÉLÉRATION

Q1. Les réponses étaient données dans cette question, les correcteurs attendaient donc une justification des différents termes. Beaucoup de candidats ont écrit que la résultante dynamique était $m4a(t)$, puis se sont « arrangés » pour avoir le bon résultat...

Q2. Très peu de candidats ont très bien répondu à cette question alors qu'il s'agissait d'écrire une loi des nœuds. L'intensité traversant un condensateur n'est pas connue par la majorité des candidats. Certains ont traité la question en utilisant le théorème de Millman, ce qui était possible.

Q3. La distance entre les armatures n'a pas toujours bien été identifiée.

PARTIE II – REPRÉSENTATION MATHÉMATIQUE DE L'ORIENTATION DE LA CAMÉRA

~~**Q4.** À quelques rarissimes exceptions près, la question a toujours été abordée mais jamais traitée correctement ! On répond en général que R est symétrique donc orthogonale, ou que R est l'identité et donc qu'elle est symétrique (cela semble important pour certains candidats), ou encore qu'une matrice de passage est forcément orthogonale.~~

Modifiée **Q5. a)** Rappelons qu'il ne suffit pas d'avoir $\det(A) = 1$ pour être une matrice de rotation. Affirmer, sans détail de calcul, que $\det(A) = 1$ ou que $A \cdot A^T = I_3$ ne rapporte que les points de connaissance de la définition.

Dans la plupart des copies, on signale que A n'est pas symétrique alors que cela ne l'empêcherait pas d'être une matrice de rotation.

Q5. b) Les bons angles ont été souvent obtenus mais avec trop peu de justifications, notamment les domaines des différents angles sont très peu exploités. De nombreux candidats calculent l'angle et l'axe de la rotation (croyant que l'un des angles, noté θ , est l'angle de la rotation).

Q6. a) et **Q6. b)** Questions assez bien traitées.

Q6. c) Pas de réponse correcte, la plupart se contentent de dire que le problème est « le risque d'un blocage du cardan » (titre de cette question).

Q7. Des réponses partielles : le fait que la matrice nulle appartient à H est bien vu, mais il manque souvent la stabilité par combinaisons linéaires.

Il y a beaucoup de confusions entre :

- les éléments de H (qui sont des matrices) et leurs colonnes ;
- les éléments de H avec le quadruplet (a,b,c,d) ;

- la stabilité par combinaisons linéaires et la linéarité d'une application (ce qui conduit à faire la stabilité à l'envers).

Les rares candidats qui ont vu dans H un espace vectoriel engendré par une famille ont gagné du temps. Rappelons aussi que l'on indique « sous-espace vectoriel » et pas « vectorielle » (comme écrit dans la question).

Q8. Question très souvent traitée et révélatrice d'incompréhensions et de confusions.

Par exemple, dans de nombreuses copies, on tente de trouver le noyau de $M(a,b,c,d)$ pour montrer la liberté. Néanmoins, tous les candidats concluent que la famille est libre, souvent **sans aucun argument à part que « cela se voit bien »**, on rajoute ensuite qu'elle est aussi génératrice (toujours sans preuve) et donc c'est une base.

Rappelons que contenir une famille libre de quatre éléments ne fait pas de H un espace de dimension 4 ! La plupart des copies concluent évidemment à une dimension 4 pour H mais sans aucun argument.

Q9. a) Question très bien réussie.

Signalons quand même qu'à de très rares exceptions près, les candidats posent le calcul de la multiplication de E_1 par la matrice identité pour obtenir E_1 (une part non négligeable des copies trouvant, en outre, une autre réponse).

Q9. b) Les réponses assimilées à : « On voit bien que le produit est un quaternion » ne rapportent pas de point. Dans de nombreuses copies, les quaternions étant des matrices 4×4 , on répond seulement que le produit de deux matrices 4×4 est bien une matrice 4×4 donc un quaternion.

Q10. a) Question assez bien traitée, mais la plupart des candidats ne répondent qu'à la première partie de la question et ne donnent pas les coordonnées de Q^T dans la base donnée.

Q10. b) La réponse $QQ^T = N(Q)^2 \times I_4$ étant donnée, on attendait des candidats **un détail de calcul qui puisse convaincre les correcteurs** et non pas la réponse usuelle qui consiste à poser la multiplication et à recopier le résultat donné dans l'énoncé sous forme de matrice avec les coefficients.

Il est apparu dans cette question que, pour de nombreux candidats, il est nécessaire de faire un calcul pour écrire et/ou reconnaître la quantité $a \cdot I_4$ (où a est un réel).

Q10. c) Une des seules réponses qui n'était pas donnée dans le sujet.

La plupart des candidats se lancent dans le calcul du déterminant général **sans voir le lien avec la question précédente.**

Ceux qui ont vu le lien avec la question précédente semblent connaître la formule du déterminant d'un produit, un peu moins celle du déterminant de la matrice transposée et encore moins celle reliant $\det(\lambda A)$ et $\det(A)$.

Q10. d) La plupart des candidats répondent faux et sans justification.

Signalons la réponse la plus fréquente :

« Oui toutes les matrices sont inversibles car de déterminant non nul ».

Ainsi pour la majorité, on démontre (ou plutôt on croit avoir montré), à la question 7, que H est un sous-espace vectoriel (au passage en ayant mentionné que la matrice nulle appartient à H) et, à la question 10, on affirme sans problème que toutes les matrices de H sont inversibles.

Q11. a) La définition d'endomorphisme est connue et de nombreuses réponses sont correctes.

Q11. b) La définition d'un vecteur propre est à moitié connue : à de rares exceptions près, on ne sait pas qu'un vecteur propre doit être non nul.

Le calcul de $u_Q(I_4)$ trop souvent interprété comme $QMQT^T I_4$ est révélateur de la mauvaise compréhension de l'endomorphisme u_Q .

Q11. c) et d) Questions très peu traitées.

Q12. a) Le calcul de $N(Q)$ a posé problème à cause d'une des coordonnées de Q qui était $-1/2$ et de la difficulté à calculer $(-1/2)^2$ (qui ne vaut pas $-1/4$), ainsi qu'à la « simplification » de : $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$ en $a + b + c + d$.

Q12. b) c) d) Questions très peu abordées.

PARTIE III - OPTIMISATION DU MATÉRIAU DU BRAS

Q13. Le calcul du moment fléchissant a été bien fait dans l'ensemble. En revanche, beaucoup trop de candidats ne connaissent pas la relation entre le moment fléchissant et la déformée ou confondent contrainte et moment fléchissant...

L'intégration d'une fonction polynomiale est un réel problème pour beaucoup de candidats.

Q14. RAS

Q15. Très peu de candidats ont traité cette question. Peu de candidat semblent connaître le moment quadratique d'une section rectangulaire.

Q16. Certains candidats ont su traiter cette question.

Q17. Très peu de candidats ont traité cette question.

4/ CONCLUSION

Les correcteurs recommandent aux candidats de répondre aux questions en donnant des arguments et de bien se rendre compte, que reformuler la question en y ajoutant des « on voit bien que » ou « il est clair que », non seulement, ne rapporte pas de points, mais est aussi préjudiciable pour l'appréciation générale de la copie. Un calcul bien construit, avec un résultat différent de celui donné dans la question, rapporte des points (parfois presque tous les points), alors que le même calcul où l'on s'arrange pour aboutir à la réponse donnée n'en rapporte pas. Les correcteurs recommandent également de soigner la présentation, le soin et la rédaction qui sont valorisés.